**Aplicações da derivada**

**1. Custo Marginal**

O Custo Marginal: é o aumento do custo ocasionado pela produção de uma unidade extra do produto. Por exemplo, numa empresa que produza 100 computadores a um custo total de R$ 50.000 e que ao passar a produzir 101 computadores o custo total passe a ser de R$ 50.600, o custo marginal é de R$ 600,00.

O Custo marginal é obtido pela derivada da função Custo.

**Exemplo**:

1. Suponha que o custo total ao se fabricar q unidades de um determinado produto agrícola seja de  .

a) Qual é o custo para produção de 50 unidades?

C(50)= 3.50² + 5.50 + 10=

C(50)= 3.2500 + 250 + 10=

C(50)= 7500 + 250 + 10=

C(50)= 7760 Reais

b) Qual é a custo real para produção da 51ª unidade?

C(q)= 3q² + 5q + 10=

C(51)= 3.51² + 5.51 + 10=

C(51)= 8068 Reais

C(51) - C(50)= 8068 – 7760=

308 Reais

c) Qual é o custo marginal C’(50)? O que significa este custo?

C(q)= 3q² + 5q+ 10=

C’(q)= 6q + 5=

C’(50)= 6.50 + 5=

C’(50)= 305 Reais

305 Reais corresponde ao custo aproximado para produzir a 51° unidade.

**Exercícios**

1. Suponha que C (q) seja o custo total de produção de q unidades de cadeiras, e C(q) = 2q2 + q + 8. Calcule:

a) O custo de produção de 100 cadeiras.

C(100)= 2.100² + 100 + 8=

C(100)= 20108 Reais

b) O custo médio de produção de 100 cadeiras.

20108 / 100=

201,08 Reais

c) O custo real para produzir a 101ª cadeira.

C(101)= 2.101² + 101 + 8=

C(101)= 2.10201 + 101 + 8=

C(101)= 20511 Reais

C(101) - C(100)=

20511 – 20108=

403 Reais

d) A função custo marginal, o custo marginal de produção de 100 unidades e explique o seu significado.

C’(q)= 4q + 1

C’(100)= 4.100 + 1=

C’(100)= 401 Reais.

401 corresponde ao custo aproximado para se produzir a 101 cadeira.

2- O custo total C(q) da produção de q unidades de um produto é dado por:

.

a) Qual é o custo de produção de 20 unidades?

C(20)= 0,5.20³ - 5.20² + 10.20 + 120=

C(20)= 4000 – 2000 + 200 + 120=

C(20)= 2320 Reais

b) Qual é o custo marginal quando o nível de produção é q = 20 unidades.

C’(q)= 3.0,5.q² - 2.5.q + 10=

C’(20)= 3.0,5.20² - 2.5.20 + 10=

C’(20)= 600 – 200 + 10=

C’(20)= 410 Reais

3- Os dados de uma companhia aérea sugerem que o custo total de uma viagem de 1000 km é aproximadamente:

(C(X) = 0,0005 x3 – 0,38 x2 + 400x

Sendo x o número de passageiros.

1. Dê uma estimativa do custo marginal de um passageiro adicional se o vôo já tem 100 passageiros.

C’(X) = 3.0,0005 x² – 2.0,38 x + 400

C’(100)= 3.0,0005.100² - 2.0,38.100 + 400

C’(100)= 15 – 76 + 400

C’(100)= 339 Reais custo estimado caso o voo tenha um passageiro adicional se o voo já tem 100.

1. Compare sua estimativa com o custo real.

4- A receita total recebida da venda de x estantes é:

Obtenha:

1. A função receita marginal
2. A receita marginal quando x = 20

5- Suponha que o custo total envolvido na fabricação de x calculadoras seja dado por 0,02x2 + 4x + 110

a) Encontre o custo real envolvido na fabricação da 50ª calculadora.

b) Encontre a função custo marginal.

c) Determine e interprete C’(49).

**2.Taxa de variação**

**Exemplos:**

Uma cidade X é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo t (medido em dias a partir do primeiro dia da epidemia) é, aproximadamente, dado por:

a) Qual é a razão da expansão da epidemia no tempo t = 4?

b) Qual é a razão da expansão da epidemia no tempo t = 8?

c) Quantas pessoas serão atingidas pela epidemia no 5º dia?

**Exercício**

1- Supondo que a massa de uma árvore destinada à produção de papel seja aproximadamente expressa por: p(t) = 12t2 – t3 sendo t entre 2 e 8 anos.

Encontre a taxa de variação da massa da árvore quando esta completar 4 e 6 anos.

**3. Ponto máximo e mínimo**

1) Um carpinteiro vai construir um galinheiro retangular. Ele vai usar 12 m de tela e, para um dos lados, pretende aproveitar uma parede já existente, conforme o desenho. Expresse a área desse galinheiro em função da medida de um dos lados (x, na figura). A seguir, descubra quais são as medidas dos lados desse retângulo para que a área seja máxima.



2) Se uma fábrica tem um custo mensal de x² + 100x + 5000 para produzir x unidades de um determinado produto cuja unidade é vendida por R$ 10.000,00, determine quantas unidades devem ser produzidas (e vendidas) mensalmente para gerar o maior lucro possível para a empresa.

**Exercícios**

1) Um homem pretende cercar um lote retangular situado a margem de um rio. Não é necessário cercar ao longo do rio. Se ele tiver 800 metros de cerca e quiser que a área seja máxima, determinar as dimensões do desejado lote e o valor da área máxima.

2) Um fabricante vende, mensalmente, x unidades de um determinado artigo por R(x) = x² – x, sendo o custo da produção dado por C(x) = 2x² – 7x + 8. Quantas unidades devem ser vendidas mensalmente, de modo que se obtenha o lucro máximo? (Resp: 3 unidades)